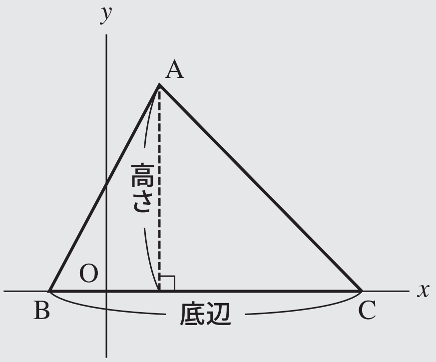
第18講・座標平面上の三角形

例題1　三角形の面積①

ポイント

● 1辺が x 軸（y 軸）上にある三角形の面積
　→ x 軸（y 軸）上にある辺を底辺として面積を求める

（例）右の図で△ABCの面積を求める
　→辺BCを底辺とすると，点Aの y 座標が高さとなる

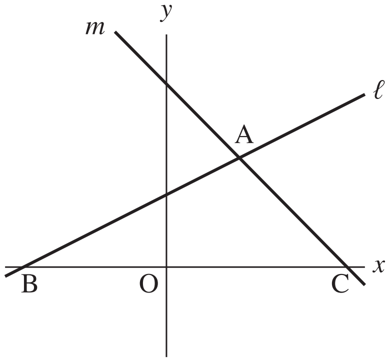


問題

右の図で，直線 ℓ の式は $y = \frac{1}{2}x + 4$，直線 m の式は $y = -x + 10$ である。直線 ℓ と m の交点をA，直線 ℓ，m と x 軸との交点をそれぞれB，Cとする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　点Aの座標を求めなさい。

(2)　△ABCの面積を求めなさい。ただし，座標の1目もりを1cmとします。



解答

MEMO

(1) 点 A は 2 直線 ℓ，m の交点である。直線 ℓ，m の式は，それぞれ

$$y = \frac{1}{2}x + 4 \quad \cdots ①$$

$$y = -x + 10 \quad \cdots ②$$

①を②に代入すると

$$\frac{1}{2}x + 4 = -x + 10$$

$$x + 8 = -2x + 20$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

$x = 4$ を②に代入すると

$$y = -4 + 10$$
$$= 6$$

よって

A(4，6) ・・・(答)

(2) △ABC の底辺を BC として考える。点 B は直線 ℓ と x 軸との交点である。よって，①に $y = 0$ を代入すると，その x 座標は

$$0 = \frac{1}{2}x + 4$$

$$0 = x + 8$$

$$x = -8$$

点 C は直線 m と x 軸との交点である。よって，②に $y = 0$ を代入すると，その x 座標は

$$0 = -x + 10$$

$$x = 10$$

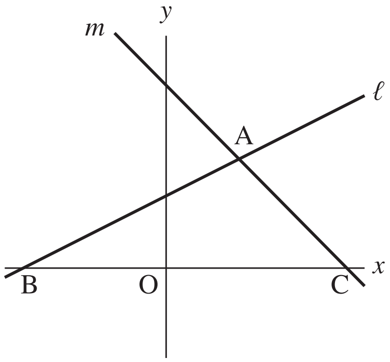
したがって

$$\text{BC} = 10 - (-8)$$
$$= 18 \ (\text{cm})$$

A(4，6) なので，辺 BC を底辺とみたときの △ABC の高さは 6 cm である。よって，△ABC の面積は

$$\triangle\text{ABC} = \frac{1}{2} \times 18 \times 6$$

$$= \mathbf{54} \ (\mathbf{cm^2}) \quad \cdots \text{(答)}$$

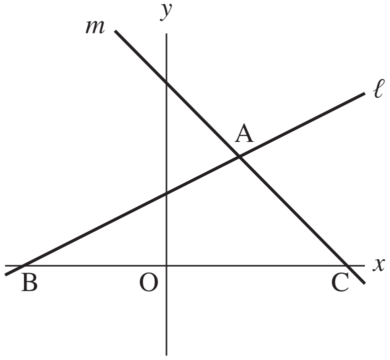


確認テスト 1

右の図で，直線 ℓ の式は $y = \frac{1}{2}x + 4$，直線 m の式は $y = -x + 10$ である。直線 ℓ と m の交点を A，直線 ℓ，m と x 軸との交点をそれぞれ B，C とする。このとき，次の問いに答えなさい。

⑴　点 A の座標を求めなさい。

⑵　△ABC の面積を求めなさい。ただし，座標の 1 目もりを 1 cm とします。



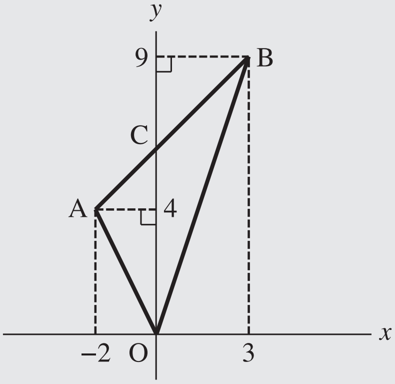
例題 2　三角形の面積②

問題

原点を O とし，A(−2，4)，B(3，9) とするとき，△OAB の面積を求めなさい。ただし，座標の 1 目もりを 1 cm とします。

ポイント

● 右の図のように，△OAB を △OAC と △OCB に分割し，辺 OC を底辺としてそれぞれの三角形の面積を求める。



解答

A(−2，4)，B(3，9) だから，直線 AB の傾きは

$$\frac{9-4}{3-(-2)}=1$$

したがって，直線 AB の式は

$y = x + b$

とかける。この式に $x = -2$，$y = 4$ を代入すると

$4 = -2 + b$

$b = 6$

よって，直線 AB の式は

$y = x + 6$

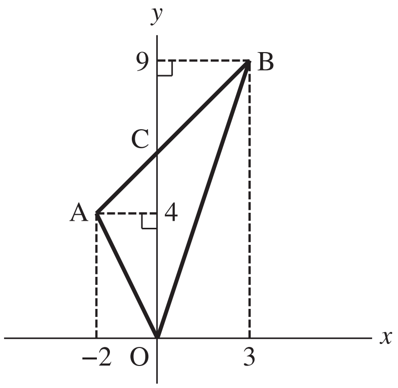
線分 AB と y 軸との交点を C とすると，点 C の座標は

C(0，6)

したがって

$$\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OCB$$
$$= \frac{1}{2}\times 6\times 2+\frac{1}{2}\times 6\times 3$$
$$= \mathbf{15}\ (\mathrm{cm}^2)$$ …(答)

MEMO



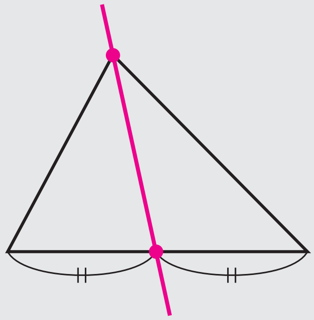
確認テスト 2

原点を O とし，A(−2，4)，B(3，9) とするとき，△OAB の面積を求めなさい。ただし，座標の 1 目もりを 1 cm とします。

例題 3　三角形の面積を 2 等分する直線

ポイント

● 三角形の頂点を通り，面積を 2 等分する直線
→ 頂点の向かい側の辺の中点を通る

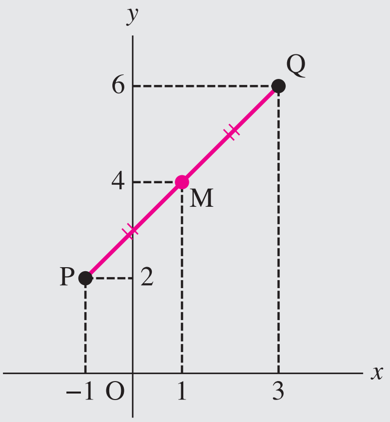


● 2 点 P(a，b)，Q(c，d) の中点 M
→ 点 M の x 座標，y 座標は点 P，Q の x 座標，y 座標の平均になる。

（例）P(−1，2)，Q(3，6) の中点 M の座標は

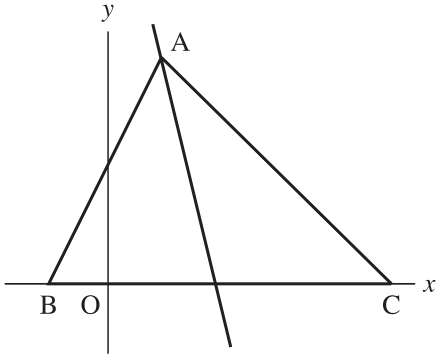
$$\frac{-1+3}{2}=1,\quad \frac{2+6}{2}=4$$

より，M(1，4)



問題

右の図で，A(2，8)，B(−2，0)，C(10，0) である。このとき，点 A を通り，△ABC の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。



解答

線分 BC の中点を M とすると，△ABC の面積を 2 等分する直線は直線 AM である。M の座標は

$$\frac{-2+10}{2}=4,\quad \frac{0+0}{2}=0$$

より，M(4，0) である。A(2，8) だから，直線 AM の傾きは

$$\frac{0-8}{4-2}=-4$$

したがって，直線 AM の式は

$y=-4x+b$

と表すことができる。この式に $x=4$，$y=0$ を代入すると

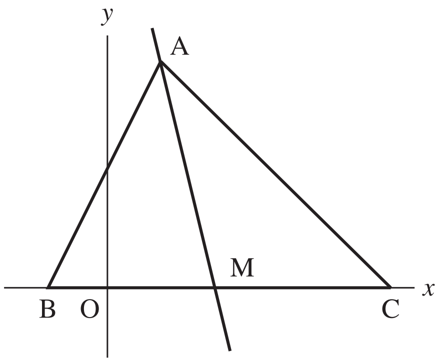
$0=-4\times4+b$

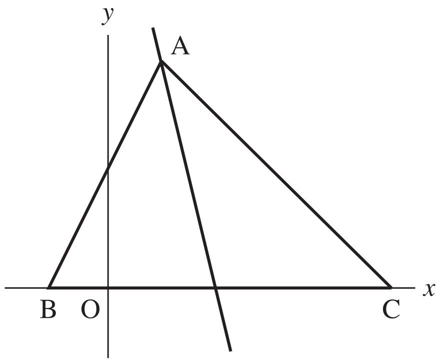
$b=16$

よって，直線 AM の式は

$\boldsymbol{y=-4x+16}$　**・・・(答)**

MEMO



確認テスト 3

右の図で，A(2，8)，B(−2，0)，C(10，0) である。このとき，点 A を通り，△ABC の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。